

Praktikum Spezifikation und Verifikation

Funktionen auf Listen

Definieren Sie den All- und den Existenz-Quantor für Listen. Die Funktion `alls P xs` soll genau dann wahr sein, wenn `P x` für jedes Element `x` der Liste `xs` wahr ist; analog soll `exs P xs` wahr sein, wenn `P` für mindestens ein Element wahr ist.

consts

```
alls :: "('a ⇒ bool) ⇒ 'a list ⇒ bool"  
exs  :: "('a ⇒ bool) ⇒ 'a list ⇒ bool"
```

primrec

⋮

Zeigen oder widerlegen Sie (mit Gegenbeispiel) folgende Lemmas. Sie benötigen unter Umständen zusätzliche Lemmas, damit der Beweis funktioniert. Benutzen Sie das `[simp]`-Attribut nur, wenn die Gleichung, die Sie zeigen, eine wirkliche Vereinfachung ist, oder Sie die Aussage als Lemma für einen späteren Beweis brauchen.

```
lemma [simp]: "alls (λx. P x ∧ Q x) xs = (alls P xs ∧ alls Q xs)"  
⋮
```

```
lemma "alls P (rev xs) = alls P xs"  
⋮
```

```
lemma "exs (λx. P x ∧ Q x) xs = (exs P xs ∧ exs Q xs)"  
⋮
```

```
lemma "exs P (map f xs) = exs (P o f) xs"  
⋮
```

```
lemma "exs P (rev xs) = exs P xs"  
⋮
```

Finden Sie ein Z , so dass folgende Gleichung gilt:

lemma "*exs* ($\lambda x. P\ x \vee Q\ x$) *xs* = *Z*"

⋮

Drücken Sie den Existenzquantor durch den Allquantor aus (auf der rechten Seite soll kein *exs* mehr vorkommen).

lemma "*exs* *P xs* = *Z*"

⋮

Definieren Sie eine Funktion *is_in* $x\ xs$, die testet ob x in der Liste *xs* vorkommt.

consts

⋮

Drücken Sie dann die Funktion *is_in* mit Hilfe des Existenzquantors auf Listen aus, und beweisen Sie, dass ihre Gleichung stimmt.

lemma "*is_in* *a xs* = *Z*"

⋮

Schreiben Sie eine Funktion *nodups* *xs*, die genau dann wahr ist, wenn jedes Element von *xs* nur einmal in der Liste vorkommt. Definieren Sie zusätzlich eine Funktion *deldups* *xs*, die Duplikate aus Listen entfernt.

Zeigen oder widerlegen Sie dann (mit Gegenbeispiel) folgende Lemmas.

lemma "*length* (*deldups xs*) \leq *length xs*"

⋮

lemma "*nodups* (*deldups xs*)"

⋮

lemma "*deldups* (*rev xs*) = *rev* (*deldups xs*)"

⋮

▷ Abgabe: 24. April 2002