

Übungen zur Vorlesung  
„Grundlagen der Programm- und Systementwicklung“

**Aufgabe 3.1 Datenmodellierung**

(für die Zentralübungen)

Lineare Listen können danach klassifiziert werden, welche Art des Einfügens, Auswählens und Löschens von Listenelementen definiert ist. Stapel und Schlangen z.B. unterscheiden sich in dieser Hinsicht. Große Bedeutung in Anwendungen besitzen daneben Prioritätsschlangen. Man denke nur an die Vergabe von Rechnerbetriebsmitteln oder Fahrstuhlsteuerungen. Die Listenelemente tragen hier einen Schlüssel. Ein Listenelement mit maximalem Schlüssel steht als erstes zur Auswahl und zum Löschen an. Uns interessieren (abstrahierend von sonstigen Informationen) Listen von Schlüssel mit diesem Zugriffsverhalten.

Wir nennen eine Rechenstruktur mit  $PQ$  als Trägermenge eine *Prioritätsschlange*, wenn es ein konstantes Element, das leere Objekt, gibt und wenn das Einfügen von Zahlen in Elemente aus  $PQ$  und das Auswählen sowie das Löschen einer maximalen Zahl aus Elementen von  $PQ$  definiert ist.

- a) Geben Sie die Signatur von Prioritätsschlangen an.
- b) Geben Sie jeweils ein Modell an mit  $PQ = \mathbb{N}^*$ , in dem
  - (1) nur geordnete Sequenzen bzw.
  - (2) beliebige Sequenzenverwendet werden.
- c) Geben Sie ein nicht termerzeugtes Modell an.
- d) Wann sind in den Modellen zwei Prioritätsschlangen gleich? (in welcher Sicht?)
- e) Geben Sie einen Homomorphismus von (2) nach (1) an.
- f) Gibt es initiale und terminale Modelle?
- g) Beschreiben Sie typische Eigenschaften von Prioritätsschlangen durch bedingte Gleichungen.

**Aufgabe 3.2 (P) Prioritätsschlangen**

Im speziellen Fall, daß alle Schlüssel aus einer festen endlichen Menge, z.B. aus  $\{1, \dots, N\}$  sind, lassen sich Prioritätsschlangen wie folgt effizient durch Binärbäume modellieren: Wir verwenden Bäume, deren Knoten mit 1 oder 0 markiert sind, und benötigen für jede Prioritätsschlage einen vollständigen Binärbaum mit  $2N-1$  Knoten. Die Blätter numerieren wir von links nach rechts mit 1 bis  $N$ . Das Blatt Nummer  $i$  sei mit 1 markiert, wenn  $i$  als Schlüssel in der dargestellten Prioritätsschlange vorkommt und mit 0 sonst. Ein Knoten sei mit 1 markiert, wenn es von ihm aus einen Pfad zu einem mit 1 markierten Blatt gibt und mit 0 sonst. Realisieren Sie diesen Ansatz in ML.

(Schicken Sie Ihre Lösung per e-mail an [steinbru@in.tum.de](mailto:steinbru@in.tum.de) . Die beste Lösung hängen wir ins Netz.)