

**Hinweise zur Klausur:** Die Klausur zur Vorlesung Logik findet am Montag, den 15. Juli 2002 von 11:15 bis 12:45 im Hörsaal 0360 statt. Hilfsmittel sind zugelassen (jedoch keine losen Blätter). Bitte bringen Sie zur Klausur Ihren Personalausweis mit.

### Aufgabe 41

Zeigen Sie im Hilbertkalkül

$$\{\forall x. ((F(x) \vee G(x)) \rightarrow \neg H(x)), \\ \forall x. ((G(x) \rightarrow \neg I(x)) \rightarrow (F(x) \wedge H(x)))\} \quad \frac{}{H} \quad \forall x. I(x).$$

Hinweis: Kürzen Sie das Verfahren ab, indem Sie beliebige aussagenlogische Tautologien anstelle der aussagenlogischen Axiome benutzen!

### Aufgabe 42

Zeigen Sie, dass die folgende prädikatenlogische Formel eine Tautologie ist:

$$\exists y. \forall x. (F(x, y) \leftrightarrow F(x, x)) \rightarrow \neg(\forall x. \exists y. \forall z. (F(z, y) \leftrightarrow (\neg F(z, x))))$$

### Aufgabe 43

Axiomatisieren Sie folgenden Text in Prädikatenlogik mit Gleichheit! Wählen Sie eine möglichst einfache Axiomatisierung!

Jemand, der auf Dreadsbury Mansion lebt, hat Tante Agatha ermordet. Agatha, der Butler und Charles leben auf Dreadsbury Mansion, und sie sind die einzigen, die dort leben. Ein Mörder hasst immer sein Opfer und ist niemals reicher als sein Opfer. Charles hasst niemanden, den Agatha hasst. Agatha hasst jeden ausser dem Butler. Der Butler hasst jeden, den Agatha hasst. Niemand hasst alle. Agatha ist nicht der Butler.

### Aufgabe 44

Eine Warteschlange kann mit Hilfe zweier Stacks  $P$  und  $Q$  wie folgt implementiert werden: **enqueue** speichert neue Elemente immer mit einer **push**-Operation in  $P$ . **dequeue** entfernt das oberste Element von  $Q$ . Falls  $Q$  leer ist, wird zuerst der gesamte Inhalt von  $P$  nach  $Q$  übertragen, und dabei die Reihenfolge der Elemente umgekehrt.

Definieren Sie die Operationen **enqueue**( $q, x$ ) und **dequeue**( $q$ ) mit Hilfe von Stackoperationen (Aufgabe 33), und zeigen Sie, dass diese Operationen die Spezifikation einer Warteschlange (Aufgabe 40) erfüllen.

Hinweise: Benutzen Sie ein Funktionssymbol **queue**( $p, q$ ), das jeweils zwei Stacks zu einer Warteschlange zusammenfasst. Benutzen sie für das Übertragen der Elemente von einem Stack zum anderen in **dequeue** die Funktion **reverse**( $p$ ). Spezifizieren Sie die im Beweis benötigte Eigenschaft von **queue**( $p, q$ ) mit Hilfe von **reverse**.